Université Hassan II – Aïn Chock
Faculté des Sciences Juridiques,
Économiques et Sociales
Casablanca

Filière : S. E. G
Algèbre mathématique I
Série 1

Année universitaire 2019/20
Semestre : S2

Exercice 1

L'ensemble définie par $\{ (x, y) \in R^2, 0 < x < 1, 0 < y < 1\}$ forme-t-il un espace vectoriel?

Exercice 2

L'ensemble des polynômes définie par $\{a + b\,x + c\,x^2 \,/\, (a, b, c) \in R^3\}$ forme-t-il un espace vectoriel? Que peut-on dire du cas ou a=1 ?

Exercice 3

Les familles suivantes sont-elles libres dans R^3?

1. $\{u, v\}$ avec $u = (1, 2, 3)$ et $v = (-1, 4, 6)$.
2. $\{u, v, w\}$ avec $u = (1, 2, -1)$, $v = (1, 0, 1)$ et $w = (-1, 2, -3)$
3. $\{u, v, w\}$ avec $u = (1, 2, -1)$, $v = (1, 0, 1)$ et $w = (-1, 1, 1)$

Exercice 4

Les systèmes suivants forment-ils des bases de R^3 ?

1- $S_1 = \{(1, -1, 0), (2, -1, 2)\}$.
2- $S_2 = \{(1, -1, 0), (2, -1, 2), (1, 0, a)\}$ avec a réel (on discutera suivant la valeur de a).
3- $S_3 = \{(1, 0, 0), (a, b, 0), (c, d, e)\}$ avec a, b, c, d, e réels (on discutera suivant leur valeur).
4- $S4 = \{(1, 1, 3), (3, 4, 5), (-2, 5, 7), (8, -1, 9)\}$.

Exercice 5

Montrer que les vecteurs $u_1 = (0, 1, 1)$, $u_2 = (1, 0, 1)$ et $u_3 = (1, 1, 0)$ forment une base de R^3. Trouver dans cette base les coordonnées du vecteur $u = (1, 1, 1)$.

Exercice 6

Déterminer lesquels des ensembles E_1, E_2, E_3 et E_4 sont des sous-espaces vectoriels de R^3. Calculer leurs dimensions.

1- $E_1 = \{(x, y, z) \in R^3 \,;\, x + y + z = 0\}$.
2- $E_2 = \{(x, y, z) \in R^3 \,;\, x^2 - z^2 = 0\}$
3- $E_3 = \{(x, y, z) \in R^3 \,;\, (x, y, z) = (x, 2\,z, x + y) \}$
4- $E_5 = \{(x, y, z) \in R^3 \,;\, z\,(x^2 + y^2) = 0\}$.

Exercice 7

Soient dans R^4 les vecteurs $e_1 = (1, 2, 3, 4)$ et $e_2 = (1, -2, 3, -4)$.
Peut-on déterminer x et y pour que $(x, 1, y, 1) \in \mathrm{Vect}\{e_1, e_2\}$? Et pourquoi $(x, 1, 1, y) \in \mathrm{Vect}\{e_1, e_2\}$?

Exercice 8

Peut-on déterminer des réels x, y pour que le vecteur $v = (-2, x, y, 3)$ appartienne au s.e.v. engendré dans R^4 par le système (e_1, e_2) avec $e_1 = (1, -1, 1, 2)$ et $e_2 = (-1, 2, 3, 1)$?

Pr. M. ABID